



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
И.Ю. Мезин

14.02.2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА***

Направление подготовки (специальность)  
09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль/специализация) программы  
Разработка компьютерных игр и AR/VR-приложений (виртуальной/дополненной  
реальности)

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	2
Семестр	4

Магнитогорск  
2022 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика (приказ Минобрнауки России от 19.09.2017 г. № 922)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

08.02.2022, протокол № 7

Зав. кафедрой  Ю.А. Извсков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

14.02.2022 г. протокол № 6

Председатель  И.Ю. Мезин

Согласовано:


Зав. кафедрой Бизнес-информатики и информационных технологий

 Г.Н. Чусавитина

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. пед. наук  И. А. Вахрушева

Рецензент:

доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук  Д. М. Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

ознакомление студентов с базовыми понятиями и результатами теории вероятностей и математической статистики,

ознакомление студентов с пакетами прикладных программ, направленными на решение вероятностных и статистических задач,

формирование компетенций, направленных на использование вероятностных и статистических методов при решении научных и прикладных задач.

### 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Математическая логика и дискретная математика

Прикладная математика

Информатика

Информационные системы и технологии

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Основы искусственного интеллекта

Эконометрика

Математическое моделирование

Финансовая математика

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
ОПК-1.1	Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования
ОПК-1.2	Решает профессиональные задачи с применением методов теоретического и экспериментального исследования
ОПК-6	Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования;
ОПК-6.1	Применяет методы теории систем и системного анализа, математического и статистического моделирования, исследования операций, дискретной и финансовой математики для анализа и разработки организационно-технических и экономических процессов
ОПК-6.2	Проводит расчеты основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 69,8 акад. часов;
- аудиторная – 68 акад. часов;
- внеаудиторная – 1,8 акад. часов;
- самостоятельная работа – 38,2 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

Форма аттестации - зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Случайные события								
1.1 Элементы комбинаторики. Алгебра событий. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности	4	4	4		2	Подготовка к практическому занятию; Выполнение ИДЗ № 1 "Случайные события"	Устный опрос	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2
1.2 Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.		4	4		2	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 1 "Случайные события". Подготовка к контрольной работе № 1 "Случайные события"	ИДЗ № 1 "Случайные события" АКР № 1 "Случайные события"	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2
Итого по разделу		8	8		4			
2. Случайные величины								
2.1 Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения, функция распределения и плотность. Числовые характеристики случайных величин.	4	4	4		2	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 2 "Случайные величины"	Устный опрос	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2
2.2 Основные законы распределения случайных величин. Нормальный закон распределения.		4	4		2	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 2 "Случайные величины"	ИДЗ № 2 "Случайные величины"	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2

2.3 Системы случайных величин		2	2		1,2	Подготовка к практическому занятию. Подготовка к контрольной работе	АКР № 2 "Случайные величины"	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2
Итого по разделу		10	10		5,2			
3. Математическая статистика								
3.1 Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение, эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Использование пакета MS Office Excel	4	4	4		7	Подготовка к занятию. Выполнение лабораторной работы № 1	Защита лабораторной работы № 1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2
3.2 Статистические точечные и интервальные оценки параметров распределения. Методы получения статистических оценок. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Использование пакета		4	4		7	Подготовка к занятию. Выполнение лабораторной работы № 2	Защита лабораторной работы № 2	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2
3.3 Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости и мощность критерия. Критерии значимости и критерии согласия Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении. Использование пакета		4	4		7	Подготовка к занятию. Выполнение лабораторной работы № 3	Защита лабораторной работы № 3	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2
3.4 3.4 Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Линейная парная корреляция, коэффициент корреляции. Использование пакета		4	4		8	Подготовка к занятию. Выполнение лабораторной работы № 4	Защита лабораторной работы № 4	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2
Итого по разделу		16	16		29			
Итого за семестр		34	34		38,2		зао	
Итого по дисциплине		34	34		38,2		зачет с оценкой	

## 5 Образовательные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию; «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Организация образовательного процесса с применением специализированных

программных сред и технических средств работы с информацией (информационная среда университета MOODYS MOODLE).

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/495110> (дата обращения: 07.09.2022).

2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488573> (дата обращения: 07.09.2022).

### **б) Дополнительная литература:**

1. Сапожников, П. Н. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах : учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2020. - 496 с. - ISBN 978-5-906818-47-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1027404> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

2. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, Р.В. Сагитов [и др.] ; под ред. В.И. Матвеева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 289 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-015712-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1047921> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

3. Корчагин, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика : практикум / В. В. Корчагин, С. В. Белокуров, Р. В. Кузьменко. - Воронеж : Воронежский институт ФЦИН России, 2019. - 162 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1086219> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

4. Бычков, А. Г. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и методам оптимизации : учеб. пособие / А.Г. Бычков. — Москва : Форум : ИНФРА-М, 2019. — 192 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-00091-566-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/961820> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

5. Джабраилов, А. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебно-методическое пособие / Джабраилов А.Ш. - Волгоград:Волгоградский государственный аграрный университет, 2017. - 72 с.: ISBN. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1007877> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.



6. Элементы теории вероятностей и математической статистики: Учебное пособие / Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Жукова В.А. - Ставрополь:Сервисшкола, 2017. - 116 с.: ISBN. - Текст : электронный. -URL<https://znanium.com/catalog/product/977002> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

7. Ананьевский, С. М. Теория вероятностей с примерами и задачами: Учебное пособие / Ананьевский С.М., Невзоров В.Б. - СПб:СПбГУ, 2013. - 240 с.: ISBN 978-5-288-05491-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/940734> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

8. Сапожников, П. Н. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах : учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2020. - 496 с. - ISBN 978-5-906818-47-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1027404> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

9. Постовалов, С. Н. Математическая статистика : конспект лекций / С. Н. Постовалов, Е. В. Чимитова, В. С. Карманов. - Новосибирск : НГПУ, 2014. - 140 с. - ISBN 978-5-7782-2531-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/546037> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

10. Практикум по теории вероятностей: случайные события и величины / Ю.А. Костиков, А.В. Мокряков, В.Ю. Павлов и др. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 63 с. ISBN 978-5-16-103255-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/515183> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

11. Березинец, И. В. Практикум по теории вероятностей и математической статистике / И. В. Березинец ; Высшая школа менеджмента СПбГУ. — 9-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Высшая школа менеджмента, 2013 — 163 с. - ISBN 978-5-9924-0088-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/492718> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

12. Хуснутдинов, Р. Ш. Математическая статистика: Учебное пособие / Хуснутдинов Р.Ш. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 205 с. (Высшее образование: Бакалавриат) (Обложка. КБС) ISBN 978-5-16-009520-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1002159> (дата обращения: 24.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

#### **в) Методические указания:**

1. Гугина Е.М. Лабораторный практикум по статистике с применением EXCEL: Метод. указ. для лабораторных работ по математической статистике.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009 – 40 с.

2. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.

3. Савушкина Н.Ф. Комбинаторика. Событие и вероятность. Часть I: Комбинаторика. Алгебра событий: Метод. указания по дисциплине «Математика» для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2007. – 17 с.

4. Анисимов А.Л. Проверка статистических гипотез: Учебное пособие [Электронный ресурс] / А.Л. Анисимов. - М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2018. – № 0321801318. Объем 1,18 Мб

#### **г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

### Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно	бессрочно
STATISTICA	К-139-08 от 22.12.2008	бессрочно

### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services,	<a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>
Информационная система - Единое окно доступа к информационным	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Российская Государственная библиотека. Каталоги	<a href="https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/">https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	<a href="https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru">https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru</a>
Международная реферативная и полнотекстовая справочная база	<a href="http://scopus.com">http://scopus.com</a>

### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Доска, мультимедийный проектор, экран

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

#### Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):

##### АКР № 1 «Случайные события»

1. По мишени производится три выстрела. Рассматриваются события  $A, B, C$  – попадание при первом, втором и третьем выстрелах. Что означают события  $\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}, AB + C$ ?
2. В урне 12 шаров. Среди этих шаров 3 белых и 9 черных. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар окажется белым?
3. В радиостудии три микрофона. Для каждого из первых двух микрофонов вероятность того, что он включён в данный момент, равна 0,45, а для третьего – 0,9. Найти вероятность того, что в данный момент включены 2 микрофона.
4. В продаже имеются белые и коричневые яйца в соотношении 2:3, причем производство 60% белых и 71% коричневых яиц датируется днем, предшествующим дню продажи, а остальные яйца датируются более ранними числами. Покупатель заказывает яйца, датируемые днем, предшествующим дню продажи, независимо от их цвета. Какова вероятность того, что ему продадут решетку белых яиц?
5. Прибор состоит из пяти узлов, каждый из которых может выйти из строя в течение года с вероятностью 0,1. Какова вероятность того, что в течение года выйдут из строя ровно 2 узла? Производится 5 выстрелов по резервуару с горючим, причем резервуар после первого попадания в него воспламеняется, а после второго попадания в него – взрывается. Вероятность попадания в резервуар при каждом выстреле равна 0,3. Найти вероятность того, что резервуар будет подожжен, но не взорвется.
6. В семье трое детей: 2 мальчика и девочка. Дети играют на кухне. Вероятность того, что мальчики разобьют посуду соответственно равна 0,7 и 0,8, а для девочки – 0,4. Найти вероятность того, что посуда будет разбита.
7. Саша попадает в мишень при одном выстреле с вероятностью 0,8, Маша – с вероятностью 0,7, а Паша – с вероятностью 0,75. Саша выстрелил 2 раза, Маша – 3 раза, Паша – 1 раз, после чего в мишени было обнаружено одно отверстие. Какова вероятность того, что в мишень попала Маша?

##### АКР № 2 «Случайные величины»

1. Разрыв связи происходит в одном из звеньев телефонного кабеля. Монтер последовательно проверяет звенья, обнаруживая место разрыва. Составить ряд распределения числа обследованных звеньев, если вероятность разрыва для каждого звена постоянна и равна  $p$ .

2. Задан ряд распределения дискретной случайной величины X.

X	1	2	3	4	5	6
P	0,03	0,15	0,20	0,35	0,15	?

Построить многоугольник распределения. Определить функцию распределения и построить её график. Вычислить математическое ожидание  $m_x$ , дисперсию  $D[X]$ , среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x$  и вероятность  $P(m_x - \sigma_x \leq X \leq m_x + \sigma_x)$ .

3. Задана функция распределения случайной величины X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3, \\ \frac{1}{4}(-x^3 + 12x^2 - 45x + 54), & 3 \leq x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

Найти плотность распределения. Построить графики функции и плотности распределения. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и вероятность  $P(X \in (0, 4))$ .

4. В таблице приведён закон распределения вероятностей системы случайных величин (X, Y)

X \ Y					
	- 2	- 1	0	1	2
1	0,01	0,03	0,04	0,14	0,08
2	0,07	0,06	0,04	0,10	0,05
3	0,05	0,03	0,16	0,06	a

Найти: коэффициент «a»; математические ожидания  $m_x, m_y$ ; дисперсии  $\sigma_x^2, \sigma_y^2$ ; коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

### Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):

#### ИДЗ № 1 «Случайные события»

1. Сколько различных пятизначных чисел, делящихся на 5, можно составить, меняя местами цифры в числе 10365?
2. Опыт: подбрасываются две игральные кости. Событие A – одно из чисел равно 3. Событие B – сумма выпавших очков четна. Описать события  $A^-, B^-, A \cap B, A \cup B, A \bar{\cap} B$ . Найти вероятности этих событий.
3. В городе N каждую неделю происходит семь автомобильных катастроф. Определите вероятность того, что: а) ежедневно происходит катастрофа; б) катастрофы происходят в любые дни, кроме понедельника.

4. Три охотника договорились стрелять в цель в определенной последовательности. Следующий охотник производит выстрел лишь в случае промаха предыдущего. Вероятности попадания в цель каждым из охотников одинаковы и равны 0,7. Найдите вероятность того, что будет произведено три выстрела.
5. В двух урнах имеются черные и белые шары. В первой урне – 12 белых и 3 черных, во второй – 4 белых и 4 черных шара. Из каждой урны берут по шару наудачу и помещают в третью, пустую, урну. После этого из третьей урны вынимают наудачу один шар. 1) Найдите вероятность того, что шар белый. 2) Выбранный шар оказался белым. Какова вероятность того, что из первой урны был переложен черный шар, а из второй - белый шар?
6. Наблюдениями установлено, что в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что в течение первых восьми дней 3 дня окажутся ясными?
7. На некотором поле повреждены вредителями 15% растений. Найти наименее вероятное число поврежденных растений среди 20 растений, отобранных с этого поля случайным образом, найти вероятность такого исхода.
8. Найти вероятность того, что среди 1000 новорожденных детей мальчиков будет: а) ровно 510; б) не менее половины (вероятность рождения мальчика и девочки соответственно равны 0,512 и 0,488).

### ИДЗ № 2 «Случайные величины»

1. Производится набрасывание колец на кольцо до первого попадания либо до полного израсходования всех колец, число которых равно 5. Составить ряд распределения числа брошенных колец, если вероятность набрасывания каждого кольца равна 0,2.
2. Задан ряд распределения случайной величины  $X$ . Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Построить функцию распределения.

$x_i$	5	6	7	9
$p_i$	?	0,15	0,25	0,2

3. Непрерывной случайной величины задана функция распределения  $F(x)$ . Требуется найти плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Вычислить вероятность того, что отклонение случайной величины от ее математического ожидания будет не более среднего квадратического отклонения. Построить график функций.

$$\text{а) } F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1; \\ (x + 1)^2, & -1 \leq x \leq 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

$$\text{б) } F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 1 - e^{-x^2}, & x \geq 0. \end{cases}$$

4. Для непрерывной случайной величины задана плотность распределения  $f(x)$ . Требуется найти параметр  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

$$f(x) = \begin{cases} a \left(1 - \frac{x}{3}\right), & 0 \leq x \leq 3; \\ 0, & x \notin [0; 3]. \end{cases}$$

5. Случайное отклонение детали от номинала распределено по нормальному закону с параметрами  $a = 40$  и  $\sigma = 30$ . Стандартными являются те детали, для которых отклонение от номинала лежат в интервале  $(a - \alpha; a + \alpha)$ , где  $\alpha = 20$ . Записать формулу плотности распределения и построить график плотности распределения.

Сколько необходимо изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее  $\beta = 0,996$  среди них была хотя бы одна стандартная?

6. Закон распределения дискретных случайных величин  $(X, Y)$  задан таблицей. Найти коэффициент корреляции  $r_{xy}$  и вероятность попадания случайной величины в область  $D = \{1 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 2\}$ .

X \ Y	0	1	2	3
0	0,04	0,09	0,20	0,06
2	0,04	0,08	0,10	0,08
4	0,05	0,07	0,10	0,09

### Лабораторные работы «Элементы математической статистики»

Даны выборочные совокупности для двух случайных величин (измеряемых признаков)  $X$  и  $Y$ :

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
23.1	54.2	22.5	52.1	31.8	56.0	18.6	48.1	27.5	60.1
25.2	57.5	27.8	54.1	34.7	59.0	20.3	49.9	24.0	57.0
18.3	49.9	23.3	54.0	34.5	59.9	26.5	54.9	29.1	61.9

35.9	67.9	22.9	51.9	27.5	54.2	27.1	55.6	31.2	62.6
26.2	55.8	26.1	58.8	25.7	53.8	29.0	56.9	34.2	64.2
26.9	54.7	21.2	53.2	24.6	54.7	26.0	54.2	32.8	63.9
30.4	60.4	27.2	58.6	29.8	57.9	25.0	53.1	26.0	59.9
25.9	53.2	23.4	55.9	29.7	54.9	28.9	56.4	34.1	66.2
32.8	60.9	29.8	60.1	27.1	53.7	28.6	55.3	27.0	54.1
26.7	51.0	34.1	63.1	28.2	56.8	27.6	53.0	25.7	53.2
19.7	47.2	32.6	60.8	24.6	51.7	26.5	54.1	25.8	51.7
24.6	54.9	33.9	62.1	25.8	52.0	26.6	53.8	24.6	51.0
31.7	59.0	31.6	56.2	33.4	59.3	28.1	56.9	26.7	52.8
29.7	54.1	26.5	52.6	24.3	52.8	28.2	56.8	25.0	54.1
28.5	53.0	24.6	51.8	29.9	58.2	29.3	58.4	34.1	66.1
25.3	54.7	24.7	54.1	34.1	66.3	28.0	57.8	27.9	54.2
28.7	55.9	26.8	55.6	35.1	66.7	27.1	55.3	26.8	53.1
27.6	58.1	28.9	57.8	30.9	61.0	29.0	58.9	26.0	53.8
27.4	59.2	18.9	49.0	30.7	62.0	26.1	56.3	24.1	51.8
20.6	51.0	19.7	50.2	31.2	61.9	25.5	53.8	23.1	50.0

**Лабораторная работа № 1.** Провести группирование данных. Построить корреляционное поле и корреляционную таблицу. Построить эмпирические распределения составляющих  $X$  и  $Y$ . Найти абсолютные и относительные частоты и накопленные частоты. Начертить полигон и гистограмму частот и накопленных частот.

**Лабораторная работа № 2.** Найти выборочные и исправленные оценки параметров распределения (среднее, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, асимметрия, эксцесс, мода, медиана, коэффициент вариации).

**Лабораторная работа № 3.** Провести статистическую проверку статистической гипотезы о нормальном распределении измеряемого признака по следующим критериям: а) среднему квадратичному отклонению, б) размаху варьирования, в) показателям исправленных асимметрии и эксцесса, г) критерию Пирсона  $\chi^2$  (уровень значимости принять равным 0.05). В случае принятия гипотезы о нормальности распределения найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при уровне надёжности 0.95.

**Лабораторная работа № 4.** Найти и записать в корреляционную таблицу условные средние. На корреляционном поле построить линии регрессии. Найти исправленный корреляционный момент и коэффициент корреляции. Проверить гипотезу о независимости признаков  $X$  и  $Y$  (уровень значимости принять равным 0.05). Рассчитать коэффициенты линейной регрессии ( $X$  на  $Y$  или  $Y$  на  $X$ ). Проверить значимость уравнения регрессии. Найти доверительные интервалы для коэффициентов корреляции и линейной регрессии (при уровне надёжности 0.95).

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### 7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

#### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства						
<p><b>ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</b></p>								
ОПК-1.1	Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	<p style="text-align: center;"><b>Теоретические вопросы для зачета с оценкой</b></p> <p>Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Основные понятия теории вероятностей: испытание, событие. Действия над событиями. Алгебра событий. Вероятность события. Классическое, геометрическое, статистическое, аксиоматическое определения вероятности. Свойства вероятностей. Условные вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Бейеса. Независимые испытания. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Случайные величины, их виды.</p> <p>1. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Плотность распределения, свойства.</p> <p>2. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.</p> <p>3. Основные законы распределения случайных величин.</p> <p>4. Нормальный закон распределения случайной величины.</p> <p>14. Системы случайных величин. Двумерная случайная величина, функция распределения и ее свойства, плотность распределения и ее свойства.</p> <p>15. Числовые характеристики двумерной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, корреляционный момент, коэффициент корреляции, их свойства.</p> <p style="text-align: center;"><b>Примерные практические задания</b></p> <p>1. При доставке с завода на базу 1000 радиоприемников, у 55 вышли из строя лампы. Найти вероятность того, что взятый наудачу приемник будет исправным.</p> <p>2. Пятнадцать экзаменационных билетов содержат по 2 вопроса, которые не повторяются, экзаменуемый знает только 25 вопросов. Найти вероятность того, что экзамен будет сдан, если для этого достаточно ответить на два вопроса одного билета.</p> <p>3. Принимаем вероятности рождения мальчика и девочки равными. Используя формулу Бернулли, найти вероятность того, что среди 10 новорожденных 6 окажутся мальчиками.</p> <p>4. Дан закон распределения дискретной случайной величины:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x:</td> <td>110</td> <td>120</td> <td>130</td> <td>140</td> <td>150</td> </tr> </table>	x:	110	120	130	140	150
x:	110		120	130	140	150		
ОПК-1.2	Решает профессиональные задачи с применением методов теоретического и экспериментального исследования							



Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства						
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>p:</td> <td>0.1</td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.2</td> <td>0.2</td> </tr> </table> <p>вычислить ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.</p> <p>5. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X</p> $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 0,25x^3(x + 3) & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$ <p>Найти плотность распределения <math>f(x)</math>, построить ее график, вероятность попадания в заданный интервал <math>[0,5; 2]</math>.</p> <p style="text-align: center;"><b>Примерные прикладные задачи и задания</b></p> <p><b>Задание 1.</b> Подготовьте ответы на вопросы: Что значит оценить генеральные параметры по выборке? Сформулируйте определение точечной оценки. Определите смещенные и несмещенные оценки генеральных параметров. Запишите расчетные формулы для сгруппированных и несгруппированных данных: выборочного среднего <math>\bar{X}</math> (укажите его вероятностный смысл); выборочной дисперсии <math>D_B</math>. Как оценить математическое ожидание по выборочной средней? Оцените дисперсию по исправленной дисперсии. Какими являются точечные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения: смещенными или несмещенными?</p> <p><b>Задание 2.</b> Для изучения количественного признака <math>X</math> из генеральной совокупности извлечена выборка <math>x_1, \dots, x_n</math> объема <math>n</math>, имеющая данное статистическое распределение. Постройте полигон частот. Постройте эмпирическую функцию распределения. Постройте гистограмму относительных частот. Найдите выборочное среднее <math>\bar{x}</math>, выборочную дисперсию <math>D_B</math>, выборочное среднее квадратическое отклонение <math>\sigma_6</math>, исправленную дисперсию <math>S^2</math> и исправленное среднее квадратическое отклонение <math>S</math>.</p>	p:	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2
p:	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2			

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК-6 Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования</b>		
ОПК-6.1	Применяет методы теории систем и системного анализа, математического и статистического моделирования, исследования операций, дискретной и финансовой математики для анализа и разработки организационно-технических и экономических процессов	<p style="text-align: center;"><b>Теоретические вопросы</b></p> <p>Предмет математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Статистические оценки параметров распределения генеральной совокупности. Статистическая проверка гипотез. Критерий согласия. Критерий Пирсона. Корреляционный анализ. Эмпирический коэффициент корреляции. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии. Выборочный коэффициент корреляции. Корреляционная зависимость, выборочные прямые регрессии.</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства																																														
ОПК-6.2	Проводит расчеты основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий	<p style="text-align: center;"><b>Примерные практические задания</b></p> <p>1. Случайная величина <math>X</math> имеет нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием <math>a</math> и неизвестной дисперсией <math>\sigma_2</math>. По выборке <math>(x_1, x_2, \dots, x_n)</math> объема <math>n</math> вычислено выборочное среднее <math>\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i</math>. Определить доверительный интервал для неизвестного параметра распределения <math>a</math>, отвечающий заданной доверительной вероятности <math>\alpha</math>.  <math>\bar{X} = 110; n = 90; \sigma^2 = 100; \alpha = 0.92</math>.          Что значит оценить генеральные параметры по выборке? Сформулируйте определение точечной оценки. Определите смещенные и несмещенные, эффективные и неэффективные, состоятельные и несостоятельные оценки генеральных параметров. Проиллюстрируйте определения геометрически. Запишите расчетные формулы для сгруппированных и несгруппированных данных: выборочного среднего <math>\bar{X}</math> (укажите его вероятностный смысл); выборочной дисперсии <math>D_v</math>. Как оценить математическое ожидание по выборочной средней? Оцените дисперсию по исправленной дисперсии. Какими являются точечные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения: смещенными или нет, эффективными или неэффективными, состоятельными или несостоятельными?</p> <p>3. Для изучения количественного признака <math>X</math> из генеральной совокупности извлечена выборка <math>x_1, \dots, x_n</math> объема <math>n</math>, имеющая данное статистическое распределение.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Постройте полигон частот.</li> <li>2) Постройте эмпирическую функцию распределения.</li> <li>3) Постройте гистограмму относительных частот.</li> <li>4) Найдите выборочное среднее <math>\bar{x}</math>, выборочную дисперсию <math>D_v</math>, выборочное среднее квадратическое отклонение <math>\sigma_v</math>, исправленную дисперсию <math>s^2</math> и исправленное среднее квадратическое отклонение <math>s</math>.</li> <li>5) При данном уровне значимости <math>\alpha</math> проверьте по критерию Пирсона гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.</li> <li>6) В случае принятия гипотезы о нормальном распределении найдите доверительные интервалы для математического ожидания <math>a</math> и среднего квадратического отклонения <math>\sigma</math> при данном уровне надежности <math>\gamma = 1 - \alpha</math> (Принять <math>\alpha = 0,01</math>).</li> </ol> <table border="1" data-bbox="663 1666 1353 1756" style="width: 100%; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>9</td> <td>13</td> <td>17</td> <td>21</td> <td>25</td> <td>29</td> <td>33</td> <td>37</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>5</td> <td>10</td> <td>19</td> <td>23</td> <td>25</td> <td>19</td> <td>12</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"><b>Примерные прикладные задачи и задания</b></p> <p>Даны выборочные совокупности для двух случайных величин (измеряемых признаков) <math>X</math> и <math>Y</math>:</p> <table border="1" data-bbox="663 1944 1489 2069" style="width: 100%; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td><math>X</math></td> <td><math>Y</math></td> <td><math>X</math></td> <td><math>Y</math></td> <td><math>X</math></td> <td><math>Y</math></td> <td><math>X</math></td> </tr> <tr> <td>23.1</td> <td>54.2</td> <td>22.5</td> <td>52.1</td> <td>31.8</td> <td>56.0</td> <td>18.6</td> </tr> <tr> <td>25.2</td> <td>57.5</td> <td>27.8</td> <td>54.1</td> <td>34.7</td> <td>59.0</td> <td>20.3</td> </tr> <tr> <td>18.3</td> <td>49.9</td> <td>23.3</td> <td>54.0</td> <td>34.5</td> <td>59.9</td> <td>26.5</td> </tr> </tbody> </table>	$x_i$	9	13	17	21	25	29	33	37	$n_i$	5	10	19	23	25	19	12	7	$X$	$Y$	$X$	$Y$	$X$	$Y$	$X$	23.1	54.2	22.5	52.1	31.8	56.0	18.6	25.2	57.5	27.8	54.1	34.7	59.0	20.3	18.3	49.9	23.3	54.0	34.5	59.9	26.5
$x_i$	9	13	17	21	25	29	33	37																																								
$n_i$	5	10	19	23	25	19	12	7																																								
$X$	$Y$	$X$	$Y$	$X$	$Y$	$X$																																										
23.1	54.2	22.5	52.1	31.8	56.0	18.6																																										
25.2	57.5	27.8	54.1	34.7	59.0	20.3																																										
18.3	49.9	23.3	54.0	34.5	59.9	26.5																																										

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства							
		35.9	67.9	22.9	51.9	27.5	54.2	27.1	55.6
		26.2	55.8	26.1	58.8	25.7	53.8	29.0	56.9
		26.9	54.7	21.2	53.2	24.6	54.7	26.0	54.2
		30.4	60.4	27.2	58.6	29.8	57.9	25.0	53.1
		25.9	53.2	23.4	55.9	29.7	54.9	28.9	56.4
		32.8	60.9	29.8	60.1	27.1	53.7	28.6	55.3
		26.7	51.0	34.1	63.1	28.2	56.8	27.6	53.0
		19.7	47.2	32.6	60.8	24.6	51.7	26.5	54.1
		24.6	54.9	33.9	62.1	25.8	52.0	26.6	53.8
		31.7	59.0	31.6	56.2	33.4	59.3	28.1	56.9
		29.7	54.1	26.5	52.6	24.3	52.8	28.2	56.8
		28.5	53.0	24.6	51.8	29.9	58.2	29.3	58.4
		25.3	54.7	24.7	54.1	34.1	66.3	28.0	57.8
		28.7	55.9	26.8	55.6	35.1	66.7	27.1	55.3
		27.6	58.1	28.9	57.8	30.9	61.0	29.0	58.9
		27.4	59.2	18.9	49.0	30.7	62.0	26.1	56.3
		20.6	51.0	19.7	50.2	31.2	61.9	25.5	53.8
		<p>1. Провести группирование данных. Построить корреляционное поле и корреляционную таблицу. Построить эмпирические распределения составляющих <math>X</math> и <math>Y</math>. Найти абсолютные и относительные частоты и накопленные частоты. Начертить полигон и гистограмму частот и накопленных частот.</p> <p>2. Найти выборочные и исправленные оценки параметров распределения (среднее, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, асимметрия, эксцесс, мода, медиана, коэффициент вариации).</p> <p>3. Провести статистическую проверку статистической гипотезы о нормальном распределении измеряемого признака по следующим критериям: а) среднему квадратичному отклонению, б) размаху варьирования, в) показателям исправленных асимметрии и эксцесса, г) критерию Пирсона <math>\chi^2</math> (уровень значимости принять равным 0.05). В случае принятия гипотезы о нормальности распределения найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при уровне надёжности 0.95.</p> <p>4. Найти и записать в корреляционную таблицу условные средние. На корреляционном поле построить линии регрессии. Найти исправленный корреляционный момент и коэффициент корреляции. Проверить гипотезу о независимости признаков <math>X</math> и <math>Y</math> (уровень значимости принять равным 0.05). Рассчитать коэффициенты линейной регрессии (<math>X</math> на <math>Y</math> или <math>Y</math> на <math>X</math>). Проверить значимость уравнения регрессии. Найти доверительные интервалы для коэффициентов корреляции и линейной регрессии (при уровне надёжности 0.95).</p>							

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений, проводится в форме зачета с оценкой.

**Показатели и критерии оценивания зачета с оценкой:**

– на оценку «отлично» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень

сформированности компетенции, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенции: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла)– обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенции: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла)– обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.